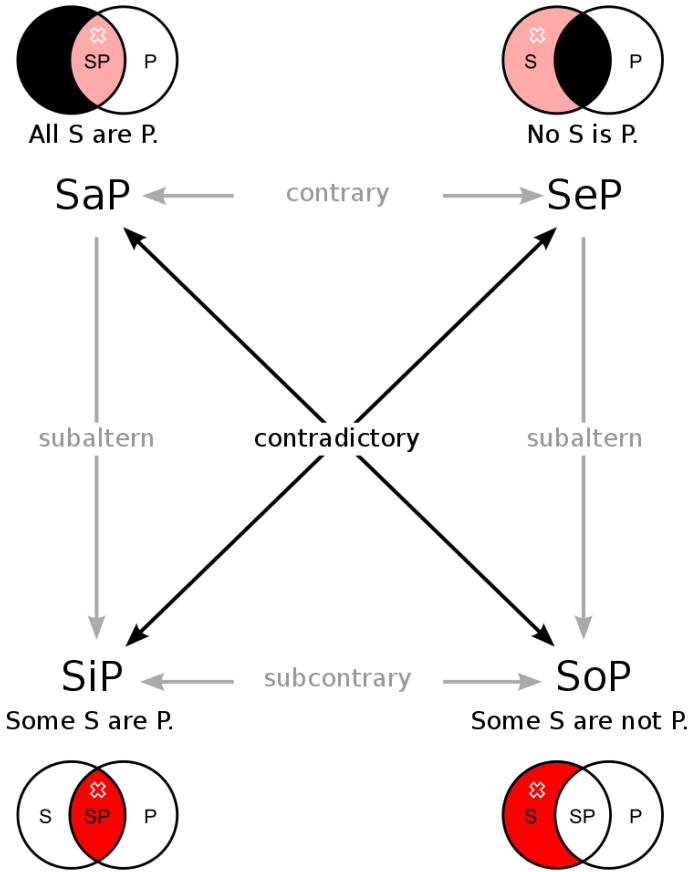
Discovering Aristotle's Syllogistic via indirect proofs: a metatheoretical account

Karol Wapniarski and Mariusz Urbański,
Adam Mickiewicz University, Poznań, Poland
wapniarski.karol@gmail.com, murbansk@amu.edu.pl

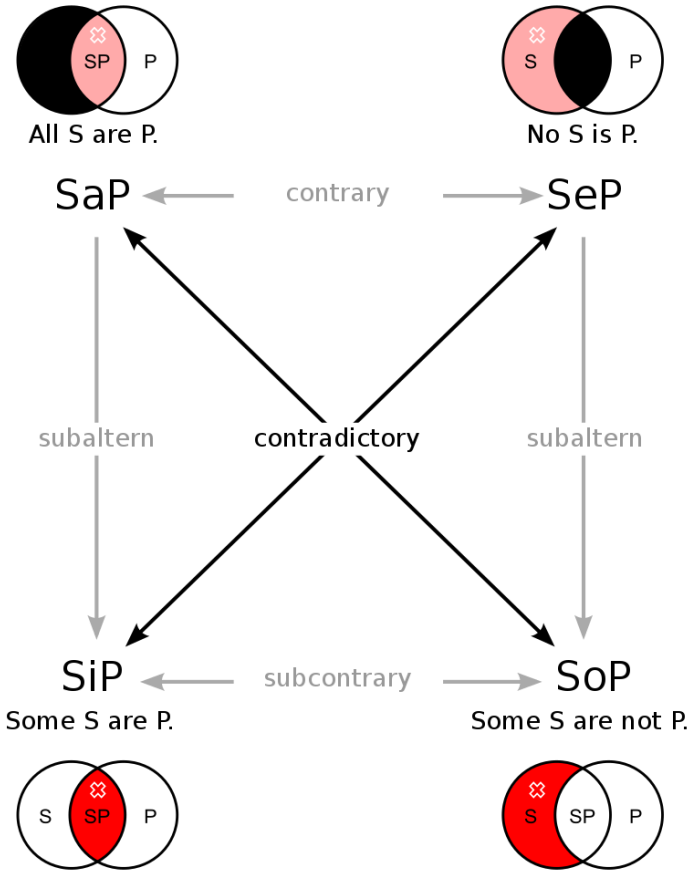
- Few words on Syllogistic
- Syllogistic proofs: Aristotle's account
- Syllogistic proofs: indirect account
- Results and conclusions



All M are P MaP
All S are M SaM

All S are P SaP

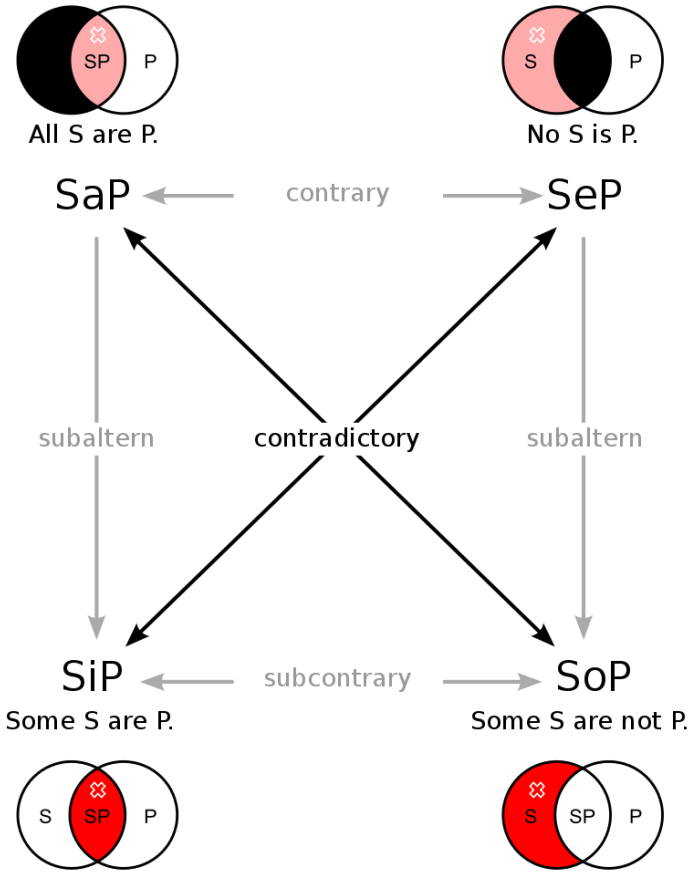
Barbara



All M are P **MaP**
All S are M **SaM**

Some S are P **SiP**

Barbari



No P are M **PeM**
All S are M **SaM**

No S are P **SeP**

Cesare

Barbara, Celarent, Darii, Ferioque prioris;
Cesare, Camestres, Festino, Baroco secundae;
Tertia Darapti, Disamis, Datisi, Felapton,
Bocardo, Fresison habet: Quarta insuper addit
Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.

Barbara, Celarent, Darii, Ferioque prioris;
Cesare, Camestres, Festino, Baroco secundae;
Tertia Darapti, Disamis, Datisi, Felapton,
Bocardo, Fresison habet: Quarta insuper addit
Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.

Conversions: s-conversion(s), p-conversion

MeP → PeM

MiP → PiM

MaP → PiM (p-conversion)

Subalternations:

MaP → MiP

MeP → MoP etc…

Reducing (i.e. “proving by”):

Ce**s**are

PeM
SaM
———
SeP

s-conversion →

Celarent

MeP
SaM
———
SeP

...

What is the minimal set of inference rules needed to prove all the moods?

Was Aristotle right?

All possible direct proofs:

(Wapniarski and Urbański 2024a)

	Barbara	Celarent	Darii	Ferio	Barbari	Celaront	Cesare	Camestres	Festino	Baroco	Cesaro	Camestros	Darapti	Disamis	Datisi	Felapton	Bocardo	Ferison	Bramantip	Camenes	Dimaris	Fesapo	Fresison	Camenos
Barbara																								
Celarent							■	■												■				
Darii														■	■						■			
Ferio									■									■					■	
Barbari	■		■											■	■				■		■			
Celaront		■		■			■		■		■							■		■			■	
Cesare		■						■												■				
Camestres		■					■													■				
Festino				■														■					■	
Baroco																								
Cesaro		■		■		■	■	■	■									■		■			■	
Camestros		■					■	■		■										■				■
Darapti			■											■	■						■			
Disamis			■												■						■			
Datisi			■											■							■			
Felapton				■					■								■	■				■	■	
Bocardo																								
Ferison				■					■														■	
Bramantip	■		■		■									■	■						■			
Camenes		■					■	■																
Dimaris			■											■	■									
Fesapo				■					■							■	■	■					■	
Fresison				■					■									■						
Camenos		■					■	■				■								■				

Indirect proofs: sets of single-premise inference rules

1. No single-premise inference rule (null-set)
2. Subalternation-only
3. Conversion-only
4. Subalternation and conversion

Example proof-procedure (for *Cesaro*):

Mood *Cesaro*:

1. No P is M (PeM) (major premise)
2. All S are M (SaM) (minor premise)
3. Some S are not P (SoP) (conclusion)

Proof premises:

1.PeM (major premise)

2.SaM (minor premise)

3.SaP (indirect premise from the negation of SoP)

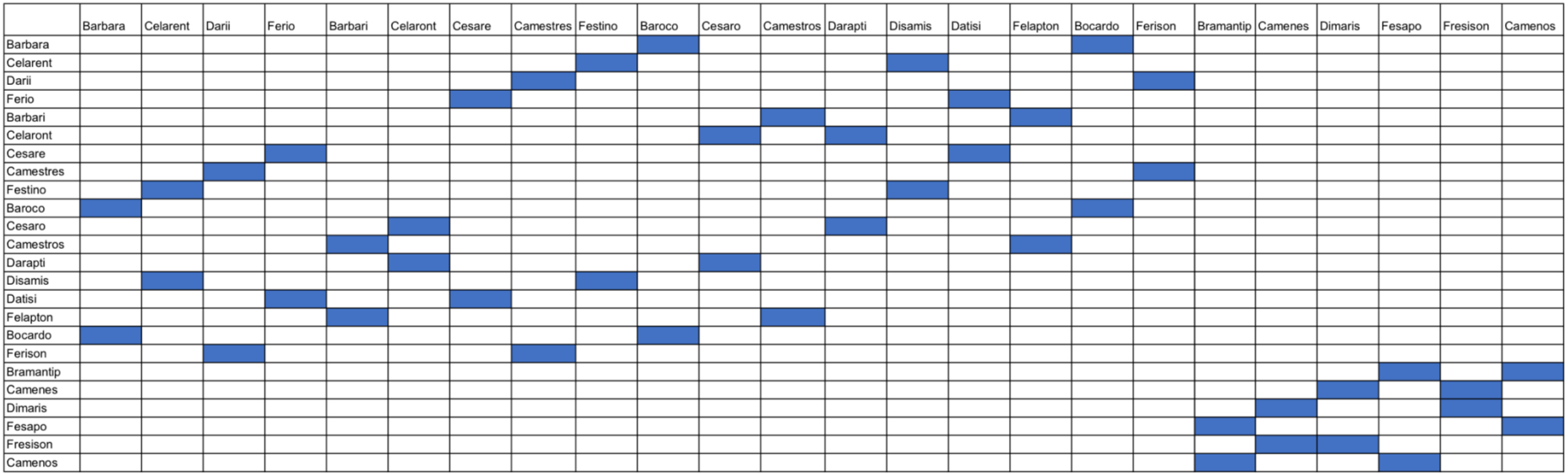
Example proof-procedure (for *Cesaro*):

Example proof cases:

1. PeM
2. SaM
3. SaP
4. SoM (1, 3, Celaront)

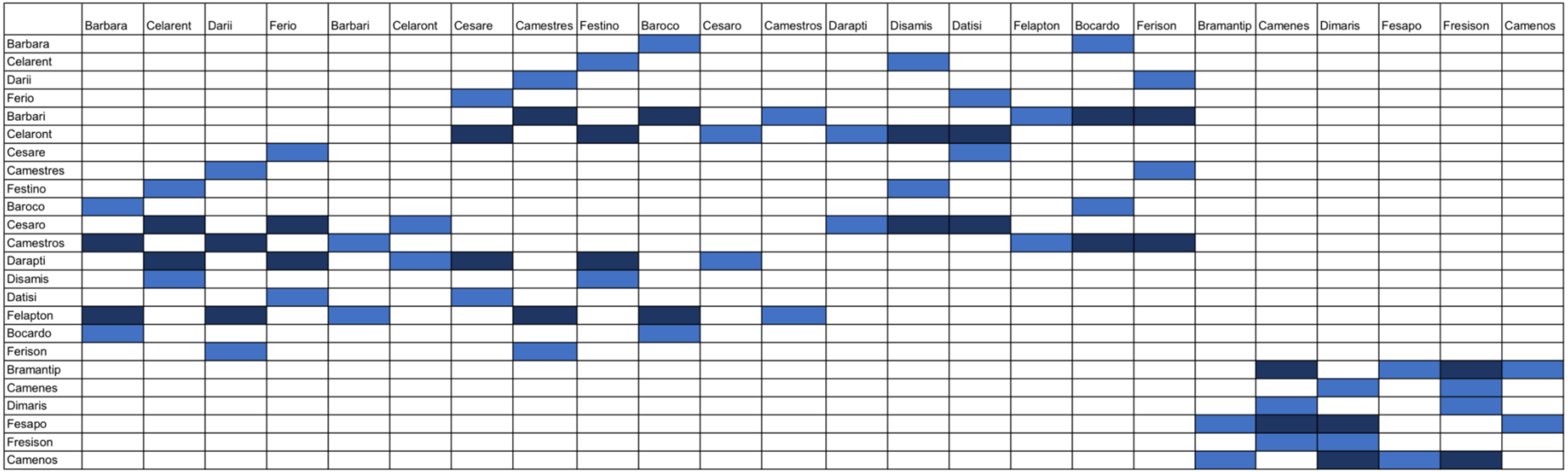
1. PeM
2. SaM
3. SaP
4. PiM (2, 3, Darapti)

All possible indirect proofs: null-set

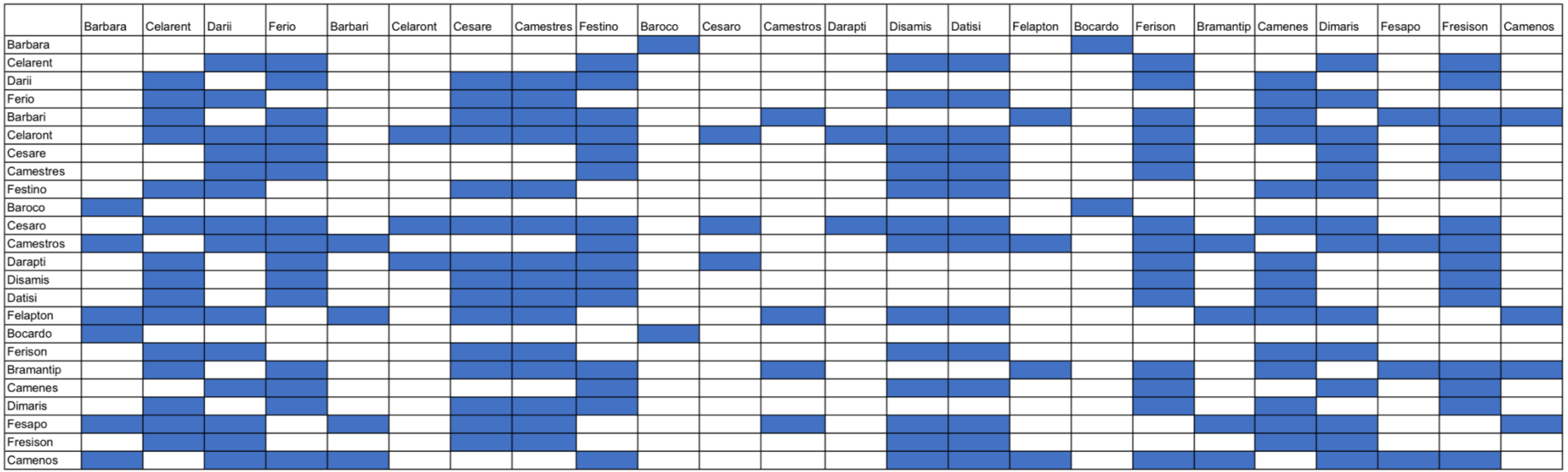


	Barbara	Celarent	Darii	Ferio	Barbari	Celaront	Cesare	Camestres	Festino	Baroco	Cesaro	Camestros	Darapti	Disamis	Datisi	Felapton	Bocardo	Ferison	Bramantip	Camenes	Dimaris	Fesapo	Fresison	Camenos
Barbara										■							■							
Celarent									■					■										
Darii								■										■						
Ferio							■								■									
Barbari												■				■								
Celaront											■		■											
Cesare				■											■									
Camestres			■															■						
Festino		■												■										
Baroco	■																■							
Cesaro						■							■											
Camestros					■											■								
Darapti						■					■													
Disamis		■							■															
Datisi				■			■																	
Felapton					■							■												
Bocardo	■									■														
Ferison			■					■																
Bramantip																					■			■
Camenes																				■		■		
Dimaris																			■				■	
Fesapo																			■					■
Fresison																				■	■			
Camenos																			■			■		

All possible indirect proofs: subalternation

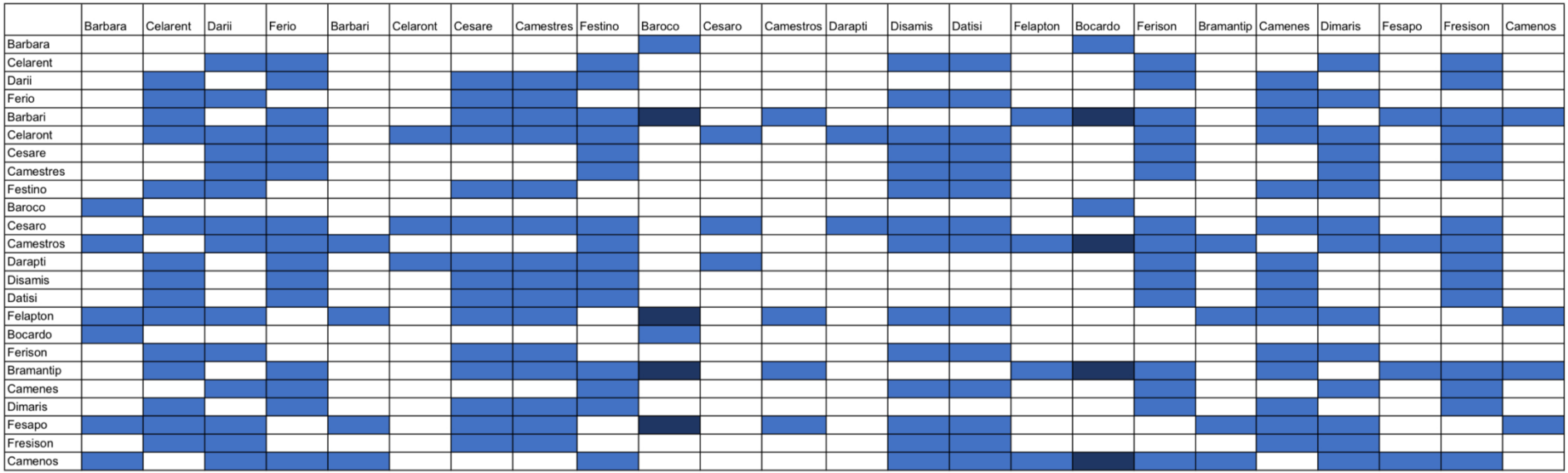


All possible indirect proofs: conversion

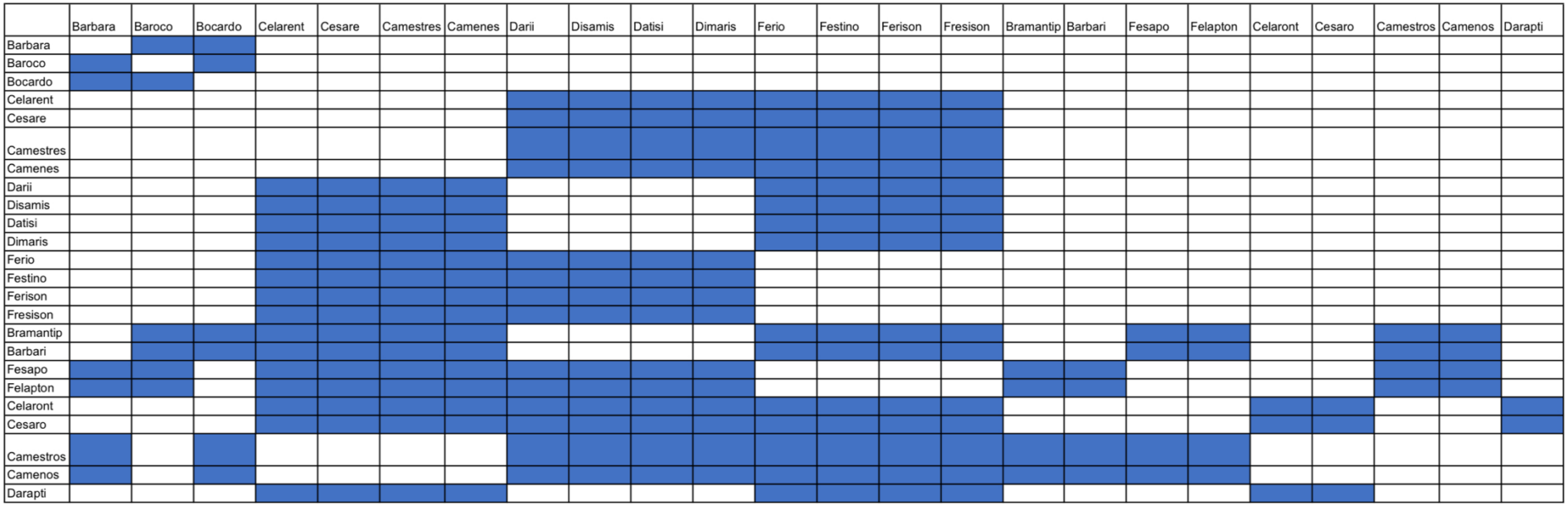


	Barbara	Celarent	Darii	Ferio	Barbari	Celaront	Cesare	Camestres	Festino	Baroco	Cesaro	Camestros	Darapti	Disamis	Datisi	Felapton	Bocardo	Ferison	Bramantip	Camenes	Dimaris	Fesapo	Fresison	Camenos
Barbara										■							■							
Celarent			■	■					■					■	■		■	■			■		■	
Darii		■		■			■	■	■									■		■			■	
Ferio		■	■				■	■						■	■					■	■			
Barbari		■		■			■	■	■			■				■		■		■		■	■	■
Celaront		■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■			■		■	■		■	
Cesare			■	■					■					■	■			■			■		■	
Camestres			■	■					■					■	■			■			■		■	
Festino		■	■				■	■						■	■					■	■			
Baroco	■																■							
Cesaro		■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■			■		■	■		■	
Camestros	■		■	■	■				■					■	■	■		■	■		■	■	■	
Darapti		■		■		■	■	■	■		■							■		■			■	
Disamis		■		■			■	■	■									■		■			■	
Datisi		■		■			■	■	■									■		■			■	
Felapton	■	■	■		■		■	■				■		■	■				■	■	■			■
Bocardo	■									■														
Ferison		■	■				■	■						■	■					■	■			
Bramantip		■		■			■	■	■			■				■		■		■		■	■	■
Camenes			■	■					■					■	■			■			■		■	
Dimaris		■		■			■	■	■									■		■			■	
Fesapo	■	■	■		■		■	■				■		■	■				■	■	■			■
Fresison		■	■				■	■						■	■					■	■			
Camenos	■		■	■	■				■					■	■	■		■	■		■	■	■	

All possible indirect proofs: conversion and subalternation



Conversion and subalternation: arranged



	Barbara	Baroco	Bocardo	Celarent	Cesare	Camestres	Camenes	Darii	Disamis	Datisi	Dimaris	Ferio	Festino	Ferison	Fresison	Bramantip	Barbari	Fesapo	Felapton	Celaront	Cesaro	Camestros	Camenos	Darapti
Barbara		■	■																					
Baroco	■		■																					
Bocardo	■	■																						
Celarent								■	■	■	■	■	■	■	■									
Cesare								■	■	■	■	■	■	■	■									
Camestres								■	■	■	■	■	■	■	■									
Camenes								■	■	■	■	■	■	■	■									
Darii				■	■	■	■					■	■	■	■									
Disamis				■	■	■	■					■	■	■	■									
Datisi				■	■	■	■					■	■	■	■									
Dimaris				■	■	■	■					■	■	■	■									
Ferio				■	■	■	■	■	■	■	■													
Festino				■	■	■	■	■	■	■	■													
Ferison				■	■	■	■	■	■	■	■													
Fresison				■	■	■	■	■	■	■	■													
Bramantip		■	■	■	■	■	■					■	■	■	■			■	■			■	■	
Barbari		■	■	■	■	■	■					■	■	■	■			■	■			■	■	
Fesapo	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■					■	■					■	■	
Felapton	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■					■	■					■	■	
Celaront				■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■					■	■			■
Cesaro				■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■					■	■			■
Camestros	■		■					■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■					
Camenos	■		■					■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■					
Darapti				■	■	■	■					■	■	■	■					■	■			

Conversion and subalternation: arranged and reduced

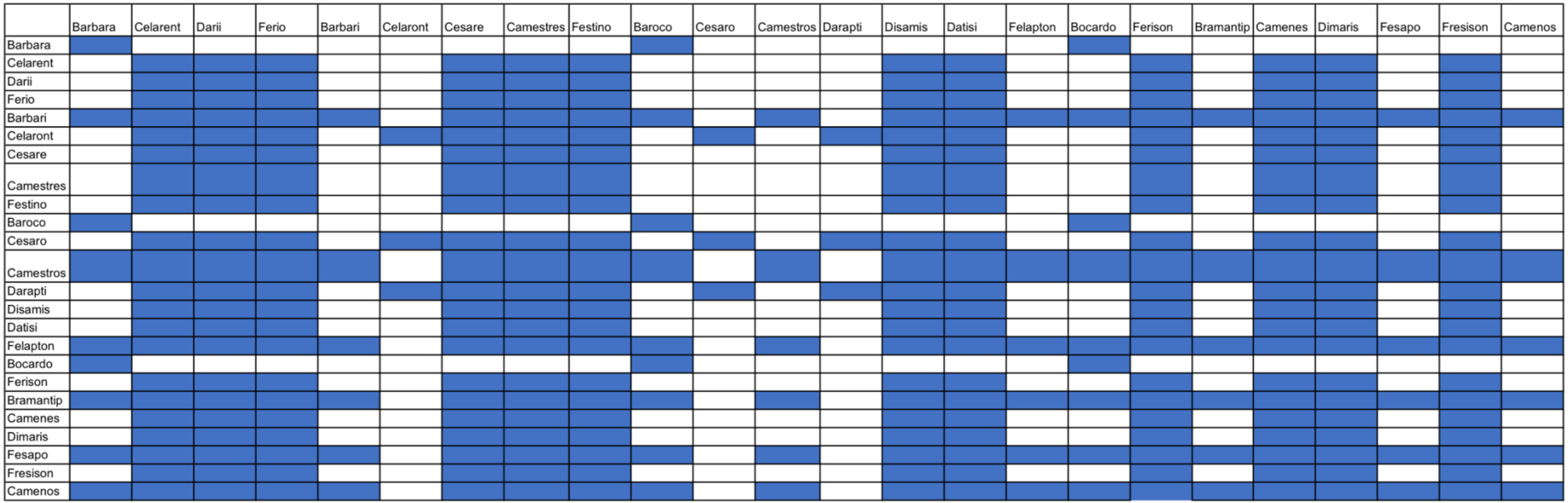
	Barbara	Baroco	Bocardo	Group C	Group D	Group F	Bramantip-barbari	Fesapo-Felapton	Celaront-cesaro	Camestros-camenos	Darapti
Barbara		■	■								
Baroco	■		■								
Bocardo	■	■									
Group C					■	■					
Group D				■		■					
Group F				■	■						
Bramantip-Barbari		■	■	■		■		■		■	
Fesapo-Felapton	■	■		■	■		■			■	
Celaront-Cesaro				■	■	■			■		■
Camestros-camenos	■		■		■	■	■	■			
Darapti				■		■			■		

1) Barbara-Baroco-Bocardo
2) Group C: Celarent, Cesare, Camestres, Camenes
3) Group D: Darii, Disamis, Datisi, Dimaris
4) Group F: Ferio, Festino, Ferison, Fresison
5) Other pairs

So…

- Null-set and subalternation: Aristotelian reduction does not hold
- Conversion and conversion plus subalternation: different alternative scenarios (B + C/F Group)

All proofs (direct plus indirect):



	Barbara	Celarent	Darii	Ferio	Barbari	Celaront	Cesare	Camestres	Festino	Baroco	Cesaro	Camestros	Darapti	Disamis	Datisi	Felapton	Bocardo	Ferison	Bramantip	Camenes	Dimaris	Fesapo	Fresison	Camenos
Barbara	■									■							■							
Celarent		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Darii		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Ferio		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Barbari	■	■	■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Celaront		■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■			■		■	■		■	
Cesare		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Camestres		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Festino		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Baroco	■									■							■							
Cesaro		■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■			■		■	■		■	
Camestros	■	■	■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Darapti		■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■			■		■	■		■	
Disamis		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Datisi		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Felapton	■	■	■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Bocardo	■									■							■							
Ferison		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Bramantip	■	■	■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Camenes		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Dimaris		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Fesapo	■	■	■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Fresison		■	■	■			■	■	■					■	■			■		■	■		■	
Camenos	■	■	■	■	■		■	■	■	■		■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

All proofs arranged:

	Barbara-Baroco-Bocardo	C, D, and F group	Subalternated group	Celaront-Cesaro-Darapti
Barbara-Baroco-Bocardo				
C, D, and F group				
Subalternated group				
Celaront-Cesaro-Darapti				

1) Barbara-Baroco-Bocardo
2) C, D, F Group
3) S Group
4) Celaront-Cesaro-Darapti

Conclusions:

Dictum: any mood from B group + any mood from C/D/F Group

- Indirect structure different from direct

Questions:
Why Celaront-Cesaro-Darapti?

Thank You for Your attention!

Karol Wapniarski and Mariusz Urbański,
Adam Mickiewicz University, Poznań, Poland
wapniarski.karol@gmail.com, murbansk@amu.edu.pl

Literature:

Wapniarski, K., Urbański, M. (2024). *Aristotelian Syllogistic more apagogico demonstrata: identifying minimal sets of inference rules for indirectly proving all the syllogistic moods* [manuscript submitted for publication in *Logica Universalis*, July 2024].